

Mein Lernplan

Brüche

2 Wochen, strukturiert, machbar, mit Erfolg

Ein MathSparks Produkt von Meike Iwanek, www.mathsparks.de

Name: _____ Klasse: _____

Arbeit am: _____ Lernstart: _____

So funktioniert dieser Lernplan

Zwei Wochen, jeden Werktag 30 Minuten, jedes Wochenende je 2 Stunden. Das klingt nach viel, ist es aber nicht. Wenn du jeden Tag ein kleines Stück übst, kommt der Erfolg von alleine. Jeder Tag hat genau ein Thema. Du lernst es, übst es, und hakst es ab.

Die Farben im Plan:

- **Blau:** Werktag, 30 Minuten
- **Orange:** Wochenende, 2 Stunden
- **Türkis:** Wiederholungstag, alles zusammenfassen
- **Grün:** Schnellcheck, 5 Aufgaben am Ende des Plans

Überblick über die 2 Wochen

Tag	Thema	Zeit
Tag 1	Brüche: Was ist ein Bruch? Zähler, Nenner, gleichwertige Brüche	30 Min
Tag 2	Brüche kürzen und erweitern	30 Min
Tag 3	Brüche vergleichen und anordnen	30 Min
Tag 4	Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche	30 Min
Tag 5	Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche	30 Min
Sa	Wochenende, Tag 1: Alles zu Addition und Subtraktion	2 Std
So	Wochenende, Tag 2: Gemischte Aufgaben Addition/Subtraktion	2 Std
Tag 6	Multiplikation von Brüchen	30 Min
Tag 7	Division von Brüchen	30 Min
Tag 8	Gemischte Zahlen und unechte Brüche	30 Min
Tag 9	Brüche in Sachaufgaben	30 Min
Tag 10	Wiederholung 1: Alle Grundrechenarten	30 Min
Sa	Wochenende, Tag 3: Alle Rechenarten und Sachaufgaben	2 Std
So	Wochenende, Tag 4: Probeklausur und Lückenfüller	2 Std
Tag 11	Komplexere Bruchterme, Kürzen vor dem Rechnen	30 Min
Tag 12	Wiederholung 2: Alles zusammen, freie Auswahl der Schwachstellen	30 Min
Ende	Schnellcheck: 5 Aufgaben zur Selbstkontrolle	20 Min

Woche 1, Tag 1 bis Wochenende

Tag 1, 30 Minuten, Was ist ein Bruch?

Was du heute lernst: Ein Bruch beschreibt einen Teil eines Ganzen. Der Nenner (unten) sagt, in wie viele gleiche Teile das Ganze aufgeteilt ist. Der Zähler (oben) sagt, wie viele dieser Teile gemeint sind.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Lies und verstehe: Was bedeutet $\frac{3}{4}$? Zeichne einen Kreis und teile ihn in 4 gleiche Teile, davon 3 ausmalen.
2. **(10 Min)** Schreibe 5 verschiedene Brüche auf, die alle denselben Wert haben wie $\frac{1}{2}$, indem du Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizierst. Zum Beispiel: $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \dots$
3. **(10 Min)** Übe: Schreibe folgende Mengen als Bruch auf: drei Achtel, fünf Sechstel, sieben Zwölftel, neun Viertel.
4. **(5 Min)** Lies die Merkrege noch einmal und erkläre sie dir selbst laut.

Merksatz: $\frac{a}{b}$ bedeutet, das Ganze ist in b gleiche Teile aufgeteilt, und a Teile davon werden betrachtet.

Tag 2, 30 Minuten, Brüche kürzen und erweitern

Was du heute lernst: Kürzen bedeutet, Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl teilen. Erweitern bedeutet, Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplizieren. Beides verändert den Wert des Bruchs nicht.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Finde den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von Zähler und Nenner und kürze vollständig: $\frac{12}{18}, \frac{15}{25}, \frac{8}{32}$.
2. **(10 Min)** Erweitere die folgenden Brüche so, dass der Nenner 60 ist: $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$.
3. **(10 Min)** Übe Kürzen auf vollständig gekürzt: $\frac{24}{36}, \frac{45}{60}, \frac{14}{21}, \frac{100}{150}$.
4. **(5 Min)** Erkläre einer fiktiven Person, warum Kürzen den Wert nicht ändert.

Merksatz: Kürzen: $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$. Erweitern: $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$.

Tag 3, 30 Minuten, Brüche vergleichen und anordnen

Was du heute lernst: Um zwei Brüche zu vergleichen, bringt man sie auf denselben Nenner (Hauptnenner). Dann vergleicht man nur noch die Zähler.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Erkläre, wie du den Hauptnenner (kgV) von zwei Zahlen findest. Beispiel: kgV von 4 und 6.
2. **(10 Min)** Vergleiche mit $<$, $>$ oder $=$: $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{8}$ und $\frac{3}{5}$.
3. **(10 Min)** Ordne diese Brüche der Größe nach: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$.
4. **(5 Min)** Erstelle eine eigene Reihenfolge mit 4 selbst gewählten Brüchen.

Tag 4, 30 Minuten, Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

Was du heute lernst: Haben beide Brüche denselben Nenner, addiert oder subtrahiert man einfach die Zähler. Der Nenner bleibt gleich.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Lernregel: Zähler addieren, Nenner bleibt. $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$.
2. **(10 Min)** Rechne und kürze das Ergebnis vollständig: $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$, $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$, $\frac{5}{9} + \frac{4}{9}$.
3. **(10 Min)** Berechne: $\frac{11}{15} - \frac{4}{15}$, $\frac{3}{10} + \frac{7}{10}$, $\frac{13}{20} - \frac{9}{20}$.
4. **(5 Min)** Schreibe dir den Merksatz in eigenen Worten auf.

Tag 5, 30 Minuten, Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche

Was du heute lernst: Haben die Brüche verschiedene Nenner, muss man sie zuerst auf denselben Hauptnenner bringen, dann erst addieren oder subtrahieren.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Schritt für Schritt: kgV bestimmen, beide Brüche erweitern, dann addieren, dann kürzen.
2. **(12 Min)** Rechne vollständig durch: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$, $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$.
3. **(8 Min)** Anspruchsvollere Aufgaben: $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$, $\frac{7}{12} + \frac{5}{8}$.
4. **(5 Min)** Probiere eine eigene schwierige Aufgabe zu erfinden und zu lösen.

Merksatz: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot (d/k)}{kgV(b, d)} + \frac{c \cdot (b/k)}{kgV(b, d)}$, wobei $k = kgV(b, d)$.

Samstag, 2 Stunden, Wochenende-Intensivtag 1

Heute gibst du richtig Gas! 2 Stunden klingen viel, aber aufgeteilt geht es gut.

1. **(20 Min) Kurze Wiederholung:** Kürze und erweitere 10 Brüche zur Aufwärmung.
2. **(30 Min) Addition mit verschiedenen Nennern:** Löse 15 Aufgaben mit steigendem Schwierigkeitsgrad. Beginne mit Nennern unter 20, dann bis 100.
3. **(10 Min) Pause.**
4. **(25 Min) Subtraktion mit verschiedenen Nennern:** Löse 12 Aufgaben. Achte besonders darauf, immer vollständig zu kürzen.
5. **(25 Min) Gemischte Aufgaben:** Rechne 10 Aufgaben, die Addition und Subtraktion kombinieren, zum Beispiel $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3}$.
6. **(10 Min) Selbstkontrolle:** Lege alle Aufgaben mit falschen Ergebnissen aus und rechne sie nochmal durch. Markiere deinen häufigsten Fehler.

Sonntag, 2 Stunden, Wochenende-Intensivtag 2

Heute: Gemischte Aufgaben und Sachaufgaben zur Addition und Subtraktion.

1. **(15 Min) Rückblick:** Welcher Schritt fiel dir gestern am schwersten? Schreibe ihn auf und erkläre ihn dir nochmal.
2. **(30 Min) Sachaufgaben:** Lies und löse: Ein Kuchen wird in 8 gleiche Stücke geteilt. Anna isst $\frac{3}{8}$, Bernd isst $\frac{2}{8}$. Wie viel ist noch übrig? Erstelle 5 eigene Sachaufgaben und löse sie.
3. **(10 Min) Pause.**
4. **(30 Min) Kettenrechnungen:** Rechne Aufgaben der Form $A + B - C + D$ mit Brüchen, 8 Aufgaben.
5. **(25 Min) Selbst erfundene Aufgaben:** Schreibe 5 Aufgaben, die du für die Klassenarbeit einschicken würdest, und löse sie im Musterlösungsstil.
6. **(10 Min) Lerntagebuch:** Was kann ich gut? Was übe ich noch?

Woche 2, Tag 6 bis Ende

Tag 6, 30 Minuten, Multiplikation von Brüchen

Was du heute lernst: Bei der Multiplikation werden Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. Man muss vorher keinen gemeinsamen Nenner suchen. Trotzdem kürzt man vor oder nach der Rechnung.

Dein Lernprogramm heute:

1. (5 Min) Lernregel: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$. Kürzen vorher spart Arbeit.
2. (10 Min) Rechne und kürze: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$, $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{15}$, $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14}$.
3. (10 Min) Übe Kürzen vor dem Rechnen (über Kreuz kürzen): $\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{9}$, $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12}$.
4. (5 Min) Erkläre, warum man beim Multiplizieren keinen Hauptnenner braucht.

Merksatz: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, immer kürzen!

Tag 7, 30 Minuten, Division von Brüchen

Was du heute lernst: Bei der Division wird der zweite Bruch umgekehrt (Kehrwert) und dann multipliziert. Aus Division wird Multiplikation mit dem Kehrwert.

Dein Lernprogramm heute:

1. (5 Min) Lernregel: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.
2. (10 Min) Rechne und kürze: $\frac{3}{4} \div \frac{9}{8}$, $\frac{5}{6} \div \frac{15}{12}$, $\frac{2}{7} \div \frac{4}{21}$.
3. (10 Min) Anspruchsvollere Aufgaben: $\frac{7}{9} \div \frac{14}{3}$, $\frac{5}{12} \div \frac{25}{6}$.
4. (5 Min) Bilde den Kehrwert von 10 verschiedenen Brüchen, auch von ganzen Zahlen (zum Beispiel $5 = \frac{5}{1}$).

Tag 8, 30 Minuten, Gemischte Zahlen und unechte Brüche

Was du heute lernst: Eine gemischte Zahl wie $2\frac{3}{4}$ setzt sich aus einer ganzen Zahl und einem Bruch zusammen. Ein unechter Bruch hat einen Zähler, der größer als der Nenner ist, zum Beispiel $\frac{11}{4}$. Beide Schreibweisen beschreiben dasselbe.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Umrechnung: $2\frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$. Umgekehrt: $\frac{11}{4} = 2 \text{ Rest } 3 = 2\frac{3}{4}$.
2. **(10 Min)** Rechne um (gemischt zu unecht und zurück): $3\frac{1}{5}$, $\frac{17}{6}$, $5\frac{2}{7}$, $\frac{23}{8}$.
3. **(10 Min)** Addiere gemischte Zahlen: $1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$, $3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{10}$.
4. **(5 Min)** Schreibe 3 eigene Umwandlungen.

Tag 9, 30 Minuten, Brüche in Sachaufgaben

Was du heute lernst: In Sachaufgaben müssen Brüche aus einem Text herausgelesen und richtig angewendet werden. Schlüsselwörter sind: ein Viertel von, die Hälfte von, zwei Drittel von.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Merke: „von“ bedeutet Multiplikation. $\frac{3}{4}$ von 20 = $\frac{3}{4} \cdot 20 = 15$.
2. **(15 Min)** Löse Sachaufgaben: Ein Tank fasst 48 Liter. Er ist zu $\frac{5}{8}$ gefüllt. Wie viele Liter sind drin? Von 30 Schülerinnen und Schülern mögen $\frac{2}{3}$ Mathe. Wie viele sind das?
3. **(10 Min)** Schreibe 3 eigene Sachaufgaben mit Brüchen und löse sie.

Tag 10, 30 Minuten, Wiederholung 1: Alle Grundrechenarten

Heute schaust du zurück und findest heraus, was bereits gut sitzt und was noch Übung braucht.

1. **(5 Min)** Schreibe alle vier Rechenregeln für Brüche auf ein Blatt, ohne nachzuschauen. Dann vergleiche.
2. **(20 Min)** Löse je 2 Aufgaben aus allen vier Grundrechenarten gemischt. Addiere, subtrahiere, multipliziere und dividiere Brüche, ohne zu schauen welche Rechenart dran ist.
3. **(5 Min)** Markiere die Rechenart, die dir am schwersten fiel. Die bekommst du am Wochenende nochmal extra.

Samstag, 2 Stunden, Wochenende-Intensivtag 3

Heute: Alle vier Rechenarten und Sachaufgaben zusammen.

1. **(20 Min) Aufwärmen:** Löse 10 gemischte Aufgaben aus allen vier Grundrechenarten.
2. **(25 Min) Schwachstellen:** Nimm die Rechenart, die du am Tag 10 markiert hast. Rechne 15 Aufgaben nur aus dieser Kategorie.
3. **(10 Min) Pause.**
4. **(25 Min) Sachaufgaben:** Löse 6 komplexe Sachaufgaben, bei denen zwei Rechenarten kombiniert werden. Zum Beispiel, erst ein Drittel berechnen, dann davon die Hälfte.
5. **(20 Min) Gemischte Zahlen:** Rechne 8 Aufgaben mit gemischten Zahlen, darunter auch Multiplikation und Division.
6. **(20 Min) Selbstkontrolle:** Überprüfe alle Aufgaben, die du in dieser Lernphase falsch hattest. Rechne sie neu.

Sonntag, 2 Stunden, Wochenende-Intensivtag 4, Probeklausur

Heute schreibst du eine Probeklausur unter echten Bedingungen. Lege alles weg, was nicht erlaubt ist, und starte die Zeit.

1. **(10 Min) Vorbereitung:** Sortiere deine Unterlagen, lege Stift und Papier bereit. Schaue nochmal die vier Merksätze an.
2. **(45 Min) Probeklausur (ohne Hilfsmittel):** Schreibe einen eigenen Aufgabensatz mit 10 Aufgaben: 3x Addition, 2x Subtraktion, 2x Multiplikation, 2x Division, 1x Sachaufgabe. Löse ihn.
3. **(15 Min) Pause.**
4. **(20 Min) Auswertung:** Korrigiere deine Probeklausur mit einem roten Stift. Berechne deinen Punktestand und identifiziere Fehlerquellen.
5. **(30 Min) Nacharbeiten:** Alle Aufgaben mit Fehler nochmals lösen und verstehen warum.

Tag 11, 30 Minuten, Komplexere Bruchterme

Was du heute lernst: Wenn Brüche aus Termen bestehen, kürzt man vor dem Rechnen so weit wie möglich. Das spart Arbeit und verhindert Fehler.

Dein Lernprogramm heute:

1. **(5 Min)** Kürzen vor dem Rechnen: $\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{14}^2}{\cancel{7}_1 \cdot 3} = 4.$
2. **(15 Min)** Rechne über Kreuz kürzen: $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{27}, \frac{8}{15} \div \frac{4}{3}, \frac{16}{21} \cdot \frac{7}{24}.$
3. **(10 Min)** Kettenbrüche: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}.$ Punkt vor Strich, dann addieren.

Tag 12, 30 Minuten, Wiederholung 2: Alles zusammen, freie Wahl

Letzter Lerntag vor der Arbeit. Heute entscheidest du selbst, was du noch brauchst.

1. **(5 Min)** Schreibe auf, welche Themen du am sichersten kannst und welches noch ein bisschen wackelt.
2. **(20 Min)** Übe die wackligen Stellen gezielt. Wähle Aufgaben, die deinen Schwachstellen entsprechen.
3. **(5 Min)** Lege deinen Zettel mit den 4 Merksätzen für morgen bereit. Dann Schluss! Ausreichend schlafen ist wichtiger als nochmal pauken.

Du hast den Plan durchgehalten. Das ist schon ein Erfolg!

Mein Lernprotokoll

Trage nach jeder Lerneinheit ein, was du geübt hast und wie es dir dabei gegangen ist. Das hilft dir zu sehen, wo du stehst, und motiviert dich weiterzumachen. **Ampel:** Rot = noch unsicher, Gelb = geht so, Grün = gut verstanden.

Tag	Datum	Was habe ich geübt?	Notizen / Fehler	Ampel
Tag 1				
Tag 2				
Tag 3				
Tag 4				
Tag 5				
Samstag				
Sonntag				
Tag 6				
Tag 7				
Tag 8				
Tag 9				
Tag 10				
Samstag				
Sonntag				
Tag 11				
Tag 12				

Ampel-Legende:

noch unsicher



geht so



gut verstanden

Schnellcheck, 5 Aufgaben zur Selbstkontrolle

Löse diese 5 Aufgaben ohne Hilfsmittel und ohne Nachzuschauen. Danach vergleichst du mit den Lösungen. Wenn du 4 oder 5 richtig hast: super, du bist bereit! Wenn du 3 oder weniger richtig hast: Schau nochmal in dein Lernprotokoll, welche Tage du wiederholen kannst.

Aufgabe 1, Addition ungleichnamiger Brüche

Berechne und kürze das Ergebnis vollständig.

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

Aufgabe 2, Subtraktion mit gemischten Zahlen

Berechne und kürze das Ergebnis vollständig.

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}$$

Aufgabe 3, Multiplikation mit Kürzen

Berechne. Kürze wenn möglich vor dem Rechnen.

$$\frac{9}{14} \cdot \frac{7}{12}$$

Aufgabe 4, Division von Brüchen

Berechne und kürze das Ergebnis vollständig.

$$\frac{5}{8} \div \frac{15}{4}$$

Aufgabe 5, Sachaufgabe

In einer Klasse mögen $\frac{3}{5}$ der Schülerinnen und Schüler Mathe. Von diesen besuchen wiederum $\frac{2}{3}$ freiwillig einen Matheclub. Welcher Bruchteil der gesamten Klasse besucht den Matheclub?

Lösung: Aufgabe 1

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} \cdot \text{kgV}(6, 8) = 24.$$

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}, \quad \frac{3}{8} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{20}{24} + \frac{9}{24} = \frac{29}{24} = 1 \frac{5}{24}$$

Das Ergebnis ist $\frac{29}{24}$ (nicht weiter kürzbar, da $\text{ggT}(29, 24) = 1$).

Lösung: Aufgabe 2

Gemischte Zahlen zuerst in unechte Brüche umwandeln.

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4}, \quad 1 \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\text{kgV}(4, 6) = 12.$$

$$\frac{13}{4} - \frac{11}{6} = \frac{39}{12} - \frac{22}{12} = \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$$

Lösung: Aufgabe 3

Vor dem Rechnen über Kreuz kürzen: 9 und 12 haben ggT 3, 7 und 14 haben ggT 7.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{14} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

Das Ergebnis ist $\frac{3}{8}$.

Lösung: Aufgabe 4

Division umwandeln in Multiplikation mit dem Kehrwert.

$$\frac{5}{8} \div \frac{15}{4} = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 15} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}} = \frac{1}{6}$$

Das Ergebnis ist $\frac{1}{6}$.

Lösung: Aufgabe 5

„Von“ bedeutet Multiplikation.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \cdot 2}{5 \cdot \cancel{3}} = \frac{2}{5}$$

$\frac{2}{5}$ der gesamten Klasse besucht den Matheclub.

Fehler sind Helfer, Mathe darf leicht sein!

Du hast zwei Wochen lang geübt. Jetzt bist du bereit. Viel Erfolg bei der Arbeit!

Mehr Materialien, Bücher und Kurse findest du auf **www.mathsparks.de** und unter eduki.com/de/autor/15428/mathsparks